

10. Tomáš má k dispozici důchod 200 jednotek (například eur). Může si za ně koupit dva statky, které mají cenu $P_1 = 4$ a $P_2 = 2$ jednotky. Funkce užitku U Tomáše (tj. celková užitečnost statků pro Tomáše vyjádřena číselně) je dána takto: $U(Q_1, Q_2) = Q_1 \cdot Q_2$, kde Q_1 je množství prvního statku a Q_2 je množství druhého statku. Užitek Tomáše je tedy přímo úměrný množství každého z obou statků. Jaké množství statků má Tomáš koupit tak, aby maximalizoval svůj užitek a přitom utratil veškerý důchod?

Řešení: máme tedy maximalizovat funkci $U(Q_1, Q_2) = Q_1 \cdot Q_2$ za podmínky $4Q_1 + 2Q_2 = 200$.

Z podmínky vyjádříme například Q_1 : $Q_1 = 50 - \frac{Q_2}{2}$, a dosadíme do U :

$$U = \left(50 - \frac{Q_2}{2}\right) \cdot Q_2 = -\frac{Q_2^2}{2} + 50Q_2.$$

Maximum funkce U opět hledáme pomocí první derivace, vyjde $Q_2 = 50$, a poté $Q_1 = 25$. Podmínku maxima můžeme ověřit opět druhou derivací.

Otázka pro samostatné řešení:

Napřesrok se Tomášovi zvýší důchod o 5%. Jaké množství statků si pak Tomáš koupí, aby maximalizoval svůj užitek, jestliže jeho funkce užitku zůstane stejná?