

4. Zahrádkář má k dispozici 120 metrů pletiva a chce oplotit pozemek ve tvaru obdélníka (případně čtverce) tak, aby oplotil maximální rozlohu pozemku. Najděte tvar pozemku tak, aby měl maximální plochu pozemku.

Řešení: Obvod pozemku je 120 m. Označme jednu stranu (délku) pozemku x a druhou stranu (šířku) y . Obdélník má tedy obvod $o = 120 = 2x + 2y$, a odtud získáme $y = 60 - x$. Plocha S obdélníka: $S = x \cdot y = x \cdot (60 - x) = 60x - x^2$. S je tedy funkcí x , maximum najdeme derivací S podle x : $S' = 60 - 2x$. V maximum je první derivace nulová, a tedy $x = 30$ m. Pro y dostáváme: $y = 60 - x = 30$ m. Pozemek bude mít maximální plochu, pokud bude čtvercový se stranou 30 m, a maximální plocha bude 900 m^2 . Ještě bychom měli ověřit, že nalezený extrém je skutečně maximum. Vypočteme druhou derivaci S : $S'' = -2 < 0$, a jde tedy opravdu o maximum.

Otázka pro samostatné řešení:

Uprostřed jeho pozemku je betonová (nepoužitelná) obdélníková plocha rozměru 5 krát 10 m. Stanovte za této situace tvar oploceného pozemku tak, aby měl maximální použitelnou plochu.